

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет»**  
**Специализированный учебный научный центр**

**Вступительное испытание по математике**

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение итоговой работы по математике даётся 120 минут. Работа включает в себя 12 заданий.

Задания 1-9 оцениваются в 1 балл каждое, задания 10,12 оцениваются по 2 балла, задание 11 оценивается в 3 балла.

Все задания выполняются в форме контрольной работы с подробным решением.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное – правильно решить, как можно больше заданий.

Советуем Вам, для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему.

Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

*Желаем успеха!*

**Вариант 1**

1. В прямоугольном треугольнике ABC катет AC равен  $\sqrt{3}$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ .

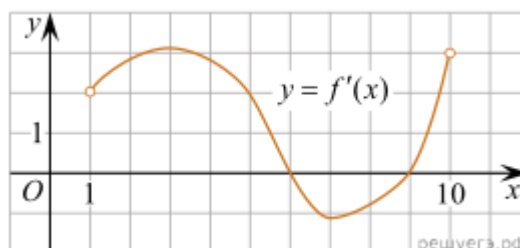
2. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 1.

3. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

4. Решите уравнение  $\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5$ . В ответе напишите наименьший положительный корень.

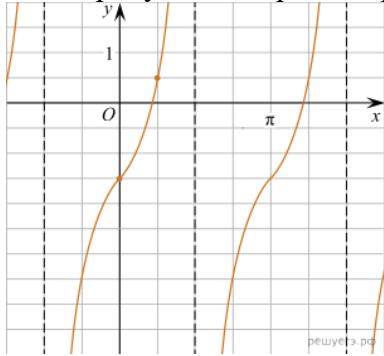
5. Найдите значение выражения  $\sqrt{3} \cdot \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos 2\pi + \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{3\pi}{2}$ .

6. На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале (1; 10). Найдите точку минимума функции  $f(x)$ .



7. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону  $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $t$  — время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2$  В, частота  $\omega = 120^\circ/\text{с}$ , фаза  $\varphi = -30^\circ$ . Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

8. На рисунке изображён график функции  $f(x) = a \operatorname{tg} x + b$ . Найдите  $a$ .



9. Найдите наибольшее значение функции  $y = 12 \sin x - 6\sqrt{3}x + \sqrt{3}\pi + 6$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

10. а) Решите уравнение  $\sqrt{\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} \cdot \cos x = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{\pi}{4}; \pi\right]$ .

11. Основанием прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является параллелограмм. На рёбрах  $A_1 B_1$ ,  $B_1 C_1$  и  $BC$  отмечены точки  $M$ ,  $K$  и  $N$  соответственно, причем  $B_1 K : KC_1 = 1 : 2$ , а  $AMKN$  — равнобедренная трапеция с основаниями 2 и 3.

а) Докажите, что  $N$  — середина  $BC$ .

б) Найдите площадь трапеции  $AMKN$ , если объем призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 12, а ее высота равна 2.

12. Решите неравенство  $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} \leq \frac{3}{4}$ .

---

### Критерии оценки выполнения работы.

Выполнение каждого задания оценивается в баллах. Правильное решение заданий оценивается:

1 задание	1 балл
2 задание	1 балл
3 задание	1 балл
4 задание	1 балл
5 задание	1 балл
6 задание	1 балл
7 задание	1 балл
8 задание	1 балл
9 задание	1 балл
10 задание	2 балла
11 задание	3 балла
12 задание	2 балла

### Таблица с критериями оценки

Оценка	Число баллов, необходимое для получения оценки
«2» (не удовлетворительно)	0-10
«3» (удовлетворительно)	11-12
«4» (хорошо)	13-14
«5» (отлично)	15-16